

LA MEJORA EN LAS PREDICCIONES CON LA INCLUSIÓN DE UNA VARIABLE  
AGREGADA: APLICACIÓN A LAS TASAS DE VARIACIÓN DEL PIB DE UNA  
MUESTRA DE ECONOMÍAS EUROPEAS.

*THE IMPROVING OF FORECAST FROM AN AGGREGATE VARIABLE:  
APPLICATION TO GDP GROWTH RATES FOR A SAMPLE OF EUROPEAN  
COUNTRIES*

*Jesús Basulto Santos*  
Universidad de Sevilla  
[basulto@us.es](mailto:basulto@us.es)

*Francisco Javier Ortega Irizo*  
Universidad de Sevilla  
[fjortega@us.es](mailto:fjortega@us.es)

*Recibido: septiembre de 2005; aceptado: diciembre de 2006*

RESUMEN

El presente trabajo ilustra empíricamente cómo se pueden mejorar las predicciones de las tasas de variación, TV, del output real, PIB, de una muestra de países europeos. Esta mejora ha sido posible gracias al acceso a una base de datos de la Universidad de Groningen, que nos ha permitido calcular las tasas de variación del total de output de los países considerados.

Cuando incluimos la tasa de variación total en los modelos AR(3), modelo autorregresivo con tres retardos de la tasa de variación del output de cada país, hemos observado una mejora substancial en las predicciones anuales de de las tasas de variación del output real de cada país.

*Palabras clave:* Crecimiento del PIB; modelo AR(3); variable de conjunto.

ABSTRACT

The present work empirically illustrates how the forecast of the annual output growth rates (GR) (where the output is the real gross domestic product (GDP)), from a sample of European countries could be improved. This improvement has been possible by means of using a database that has let us to calculate the aggregated GR of the GDP of the countries sample.

When we include the common GR in the AR(3) model of each country's data, we have observed a substantially improving of one-step-ahead forecasts of GR, due to this common variable.

*Keywords:* GDP Growth; AR(3) Model; Aggregate Variable.

*JEL Classification:* C53, F43, F47, C5.



## 1. INTRODUCCIÓN

Es conocido que muchas economías nacionales son interdependientes (ver, por ejemplo, Burns y Mitchell, 1946), lo que conduce a que sus grandes agregados de estadísticas económicas presenten movimientos comunes a lo largo del tiempo (ver también Zarnowitz, 1985). Si asumimos la existencia de esta interdependencia, es razonable que la usemos estadísticamente para mejorar las predicciones de cada uno de los países considerados. Por ejemplo, si queremos predecir la tasa real de variación interanual del output de Austria, nos preguntamos si podemos mejorar dicha predicción cuando, de alguna forma, incorporemos al cálculo de las predicciones de Austria la información aportada sobre las tasas de variación del output total de una muestra de países que incluya a Austria.

Trabajos que han estudiado métodos para mejorar las predicciones individuales de una muestra de países, usando predicciones agregadas de todos los países, son: García-Ferrer *et al.* (1987) y Zellner y Hong (1989), entre otros. Ahora bien, los métodos usados en estos trabajos para mejorar las predicciones han consistido en añadir a cada modelo un promedio para cada país, por ejemplo, la mediana de un indicador bursátil de todos los países estudiados; otro método ha sido elaborar un modelo de tipo jerárquico bayesiano, donde se modela el comportamiento promedio de las tasas de variación del output de todos los países bajo estudio, para, posteriormente, utilizar este promedio en la mejora de la predicción individual de cada país; por último, los autores también han usado las llamadas  $\eta$ -predicciones, que construyen predicciones para cada país por medio de una combinación de la predicción individual de cada país y una predicción promedio de todos los países considerados. Este método de las  $\eta$ -predicciones lo resumimos en la sección 3.

El objetivo del presente trabajo lo enmarcamos en aportar una aproximación al problema de cómo utilizar un promedio de cierta magnitud económica de una muestra de países, para mejorar las predicciones individuales de cada país; más concretamente, desarrollaremos la aplicación siguiente: la predicción de las tasas de variación de los output reales para la muestra de países

{Austria, Bélgica, Dinamarca, Finlandia, Francia, Grecia, Irlanda, Italia, Holanda, Portugal, España, Suecia y Reino Unido} usando la base de datos “University of Groningen and the Conference Board, GGDC Total Economy Database, 2003, <http://www.eco.rug.nl/ggdc>”. Esta base de datos de Groningen proporciona estimaciones para el período 1952-2002 de los output reales para los trece países de la muestra. El interés de estos datos es que podemos calcular el output real para todos los países y, una vez transformado en una tasa de variación interanual, utilizarlo como un agregado común que se incluye como variable explicativa en los modelos para mejorar las predicciones de cada uno de los países, al añadirse a las tasas reales de variación de cada output individual. Adicionalmente, hemos ensayado también en este contexto la opción de las  $\eta$ -predicciones como método tanto alternativo como complementario al uso de la variable agregada descrita anteriormente.

A partir de aquí, el trabajo lo hemos estructurado en las siguientes secciones. En la sección 2, recogemos los datos que utilizamos para elaborar una variable común. Los modelos y las correspondientes expresiones usadas en las predicciones de cada país son descritos en la sección 3. En la sección 4 de resultados evaluamos la bondad de las predicciones generadas por los modelos propuestos en la sección 3, dividiendo los datos en un período de ajuste (1952-1992), usado para estimar los parámetros de los modelos, y otro período de evaluación de las predicciones (1993-2002). Finalizamos el trabajo con un apartado de conclusiones.

## 2. DATOS UTILIZADOS

Los datos utilizados en nuestro trabajo están tomados de la base de datos: “University of Groningen and the Conference Board, GGDC Total Economy Database, 2003, <http://www.eco.rug.nl/ggdc>”. De esta base de datos hemos tomado los productos interiores brutos (PIB), en volumen y por habitante, de los 13 países europeos: Austria, Bélgica, Dinamarca, Finlandia, Francia, Grecia, Irlanda, Italia, Holanda, Portugal, España, Suecia y Reino Unido. El período de estudio es 1950-2002, tomando como base el año 1999. Las paridades, recogidas en la base de datos de Groningen, han sido estimadas a partir del trabajo “Purchasing Power Parities and Real Expenditures 1999 Berchmark, year 2002” de la OCDE, que utiliza el método EKS (Eltetö y Köves (1964), Szulc (1964)) para su elaboración. Los trece países y sus paridades para el año base de 1999 están recogidas en el apéndice 1 de nuestro trabajo. El país de origen de comparación de los precios ha sido Estados Unidos y, en consecuencia, los datos de producción están medidos en miles de dólares americanos del año 1999.

Hemos de destacar la ausencia de datos de Alemania, motor de la economía europea, debido a que en el período que hemos considerado tuvo lugar la unificación de las antiguas Alemania Oriental y Occidental y, así, los datos de Alemania aparecen desagregados en la bases de datos de Groningen. La

base de datos no aporta una solución al problema de cómo agregar y hacer comparables las tasas anteriores y posteriores a la unificación.

Los datos son comparables en el tiempo y en el espacio, lo que permite agregar los productos interiores brutos de los 13 países y así construir un producto total para cada período. Estos productos totales los hemos expresado en productos interiores por habitante para el total de los trece países, al dividir por el total de habitantes de los 13 países.

A partir de los productos interiores brutos, en volumen y *per cápita*, hemos calculado para cada país las tasas de variación interanuales, en porcentaje, para el período 1951 a 2002. Estas tasas de variación relativas reales coinciden, aproximadamente, con las correspondientes tasas de variación relativas reales que estiman los países por medio de sus contabilidades nacionales. Para los productos interiores brutos reales del agregado formado por los 13 países, hemos también calculado sus tasas de variación interanuales en porcentajes. Veremos que estas tasas de variación del agregado de 13 países serán de gran utilidad para mejorar las predicciones de las tasas de variación del output de cada uno de los países que estudiamos. En la Figura 1 hemos representado las tasas de variación del total del output de los trece países.

### 3. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS Y DEL CÁLCULO DE LAS PREDICCIONES

En esta sección describimos brevemente los modelos de series temporales y los cálculos para hacer predicciones.

#### 3.1. MODELOS INGENUOS

En primer lugar, es conveniente utilizar los llamados “modelos ingenuos”, que nos servirán como punto de referencia para valorar el grado de ajuste de las predicciones efectuadas con modelos más complicados. Consideramos los dos modelos ingenuos (MI) siguientes:

$$\text{Modelo ingenuo 1: } \hat{TV}_{i(t+1)} = 0$$

$$\text{Modelo ingenuo 2: } \hat{TV}_{i(t+1)} = TV_{it}$$

donde,  $TV_{it}$  representa la tasa de variación del output del país  $i$ -ésimo en el año  $t$  y  $\hat{TV}_{i(t+1)}$  su predicción para el año  $t + 1$ .

Es interesante señalar que las predicciones obtenidas con el MI1 son óptimas en el sentido mínimo cuadrático bajo la hipótesis de que las tasas de variación del los output sigan un proceso de ruido blanco de esperanza matemática nula. Para este primer modelo ingenuo la predicción de las tasas de variación es cero; por su parte, las predicciones obtenidas con el MI2 son óptimas si suponemos que las tasas de variación siguen un camino aleatorio, es decir, si

$$TV_{it} = TV_{i(t-1)} + \varepsilon_{it} \text{ donde } \varepsilon_{it} \text{ sigue un proceso de ruido blanco con media}$$

nula. En este segundo modelo la predicción, para  $t + 1$ , es la tasa de variación del año  $t$ .

### 3.2. MODELO AR(3)

Como primer paso para mejorar el comportamiento de las predicciones de los modelos ingenuos, hemos considerado que las tasas de variación interanuales del output siguen el modelo autorregresivo de orden 3, AR(3). Es decir,

$$TV_{it} = \beta_{0i} + \beta_{1i}TV_{i(t-1)} + \beta_{2i}TV_{i(t-2)} + \beta_{3i}TV_{i(t-3)} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T$$

La elección de un modelo AR(3) permite la posibilidad de obtener dos raíces complejas, asociadas con una componente cíclica y una raíz real asociada a una componente de tendencia (Zellner y Hong, 1989).

La estimación de los parámetros para cada país por separado, nos permitirá hacer las predicciones a un año por delante para el período elegido de predicción, donde los modelos son reestimados año a año. Por ejemplo, para las predicciones del año 1994, utilizaremos los datos desde 1953 hasta 1993 (el período 1950-1952 no se tiene en cuenta, puesto que necesitamos efectuar retardos de orden tres en los datos), mientras que para las predicciones de 1995 necesitamos reestimar el modelo con los datos desde 1953 hasta 1994, etc. Los parámetros se estiman por el método de mínimos cuadrados, lo que resulta equivalente a obtener la estimación bayesiana usando una distribución a priori no informativa para los parámetros del modelo (Zellner, 1971). La predicción, desde  $t$ , para  $t + 1$  se calcula por medio de la expresión

$$TV_{i(t+1)} = \hat{\beta}_{0i} + \hat{\beta}_{1i}TV_{it} + \hat{\beta}_{2i}TV_{i(t-1)} + \hat{\beta}_{3i}TV_{i(t-2)}.$$

### 3.3. MODELO AR(3)-AMPLIADO

En Zellner y Hong (1989), donde se lleva a cabo un estudio de predicción de las tasas de variación del output para ocho países europeos junto con Estados Unidos, se propone incluir variables explicativas adicionales al modelo AR(3), ya que, como señalan los autores del trabajo, el modelo AR(3) no resulta suficiente para conseguir un grado de ajuste de las predicciones satisfactorio. En nuestro trabajo ampliamos el modelo AR(3) con la incorporación de la variable  $W_t$ . Esta variable es la tasa de variación del output de los trece países para cada año  $t$ , cuyo cálculo se ha descrito en el epígrafe 2. Esta variable  $W_t$  recoge el comportamiento promedio de los crecimientos de los trece países y mide las influencias que existen entre los países del grupo considerado. Este factor común es importante para explicar, junto a las tasas retardadas del output, la evolución de las tasas de variación de los output de cada país por separado, máxime si tenemos en cuenta que estamos trabajando con un grupo de países "relativamente homogéneos" en cuanto a su evolución económica.

En consecuencia el modelo AR(3) se amplía al incluir la variable explicativa  $w_t$ , resultando el modelo siguiente:

$$TV_{it} = \beta_{0i} + \beta_{1i}TV_{i(t-1)} + \beta_{2i}TV_{i(t-2)} + \beta_{3i}TV_{i(t-3)} + \alpha_i w_t + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T$$

donde la estimación de los parámetros se llevará a cabo a través del método de mínimos cuadrados, lo que resulta equivalente a obtener la estimación bayesiana utilizando distribuciones a priori no informativas.

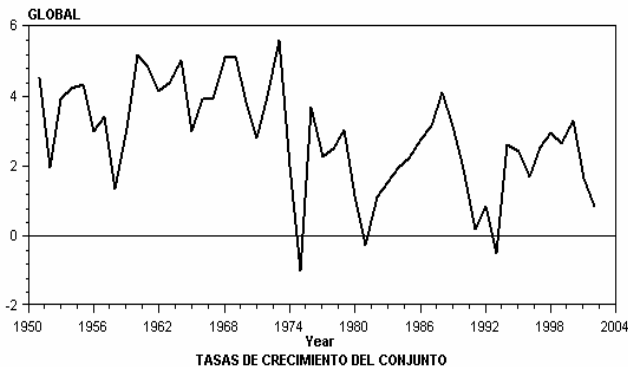
Evidentemente, a la hora de predecir  $TV_{i(t+1)}$  para cada país, no debemos utilizar el valor  $w_{t+1}$ , porque en el caso real de predecir futuras tasas de variación no serán conocidas. No obstante, hemos llevado a cabo el procedimiento descrito para tomarlo como punto de referencia, destacando que la inclusión de esta variable mejora significativamente el modelo.

Para que este modelo AR(3) ampliado sea útil, debemos necesariamente buscar una buena predicción  $\hat{w}_{t+1}$  del valor  $w_{t+1}$  para los períodos de las predicciones de las tasas de variación. Con estas predicciones,  $\hat{w}_{t+1}$ , el modelo AR(3) ampliado daría las predicciones

$$T\hat{V}_{i(t+1)} = \hat{\beta}_{0i} + \hat{\beta}_{1i}TV_{it} + \hat{\beta}_{2i}TV_{i(t-1)} + \hat{\beta}_{3i}TV_{i(t-2)} + \alpha_i \hat{w}_{t+1}.$$

Nuestro problema, ahora, es: ¿cómo predecir futuros valores de  $w_t$ ? Una primera aproximación que proponemos es predecir esta variable por la expresión  $\hat{w}_{t+1} = w_{t-10}$ , donde la estimación de la variable  $w$  para el período  $t+1$  lo predecimos por el valor de variable  $w$  retardada 11 años, siempre tomando el año  $t$  como origen. Esta propuesta se basa en la observación del comportamiento de la variable  $w$  en el período analizado (ver Figura 1), donde puede apreciarse que a partir de 1975 aparece un comportamiento cíclico con un período de alrededor de 10 a 12 años, por lo que una predicción razonable de  $w_{t+1}$  es tomar  $\hat{w}_{t+1} = w_{t-10}$ , o lo que es lo mismo, considerar un comportamiento cíclico de 11 años para la variable  $w$ .

FIGURA 1: TASAS DE VARIACIÓN CONJUNTAS DE LOS 13 PAÍSES (VARIABLE W)



### 3.4. LAS $\eta$ -PREDICCIONES

Zellner y Hong (1989) proponen el siguiente método para hacer predicciones: (1) se calculan las predicciones,  $T\hat{V}_{i(t+1)}$ , obtenidas para cada país y período, usando cualquiera de los modelos planteados anteriormente; (2) con estas predicciones individuales se calcula la media de las predicciones

$$T\bar{\hat{V}}_{t+1} = \left( \sum_{i=1}^N T\hat{V}_{i(t+1)} \right) / N,$$

donde  $N$  es el total de países considerados; y, finalmente, (3) se calcula una nueva predicción para cada país aplicando la fórmula siguiente:

$$T\hat{V}_{i(t+1)}^* = \eta T\bar{\hat{V}}_{t+1} + (1 - \eta) T\hat{V}_{i(t+1)} = T\bar{\hat{V}}_t + (1 - \eta) \left( T\hat{V}_{i(t+1)} - T\bar{\hat{V}}_{t+1} \right)$$

donde  $0 < \eta < 1$  es un factor de “reducción” o “encogimiento” hacia la media (*shrinkage forecasts*). Como puede apreciarse, a partir de la definición, la filosofía de este procedimiento es “acercar” las predicciones  $T\hat{V}_{i(t+1)}$  de cada país a la predicción media  $T\bar{\hat{V}}_{t+1}$ , es decir, la información del conjunto es útil para mejorar las predicciones individuales. Una justificación bayesiana puede verse en Zellner y Hong (1989).

Haciendo variar  $\eta$  entre 0 y 1 con precisión de 1 décima, podemos observar cuál es el valor más adecuado de  $\eta$ , es decir, que logre mejores predicciones, como veremos en la sección siguiente.

## 4. RESULTADOS

En esta sección recogemos, inicialmente, las valoraciones que hemos obtenido de las predicciones generadas por cada uno de los modelos descritos en la sección 3. Posteriormente, analizamos si el uso de las  $\eta$ -predicciones en los distintos modelos (exceptuando los ingenuos), consigue mejorar los resultados. Las predicciones las hemos valorado por medio de la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RECM). Concretamente, si el período de predicción es de  $J$  años, la raíz del error cuadrático medio correspondiente al país  $i$ -ésimo sería

$$RECM_i = \sqrt{(1/J) \sum_{t=2002-J+1}^{2002} (TV_{it} - T\hat{V}_{it})^2}$$

Para el conjunto de todos los países y cada uno de los modelos considerados, hemos calculado la media aritmética de estas valoraciones.

En la Tabla 1 aparecen los RECM por países y el promedio de los mismos para los distintos modelos, cuando el período de predicción es de 10 años, es decir, desde 1993 a 2002. En las filas 1 y 2 están los RECM obtenidos para los modelos ingenuos 1 y 2 respectivamente; en la fila 3 los correspondientes



al modelo AR(3); en la fila 4 aparecen los RECM del modelo AR(3) ampliado, en el que utilizamos  $\hat{\mathbf{w}}_{t+1} = \mathbf{w}_{t-10}$  para obtener las predicciones de  $\mathbf{TV}_{it+1}$  mientras que en la fila 5 están los errores correspondientes al modelo AR(3) ampliado cuando utilizamos el valor verdadero  $\mathbf{w}_{t+1}$  para predecir  $\mathbf{TV}_{i(t+1)}$ . En cuanto a los valores correspondientes a los métodos ingenuos (filas 1 y 2 de la Tabla 1), que son los que tomaremos como referencia de partida, es importante destacar que en nuestros datos el comportamiento del método ingenuo 2 es sorprendentemente bueno, consiguiendo una notable reducción en los RECM respecto del método ingenuo 1, situación que no suele resultar habitual. Por ejemplo, en Zellner y Hong (1989) y en García-Ferrer *et al.* (1987) se analizan las tasas de crecimiento de ocho países de Europa junto con las de Estados Unidos, siendo el período de predicción 1974-1981, obteniéndose un promedio de RECM de 3,2655 para el MI1 y de 3,5733 para el MI2; además los valores de RECM de los dos métodos ingenuos son similares para todos los países. En nuestros datos, el promedio para el MI1 es 2,9098 (algo inferior al de los datos de Zellner y Hong y de García-Ferrer *et al.*), y sin embargo, el del MI2 desciende hasta 1,8579, dándose además la circunstancia de que en todos los países los RECM son notablemente inferiores cuando se aplica el MI2.

El modelo AR(3) (fila 3 de la Tabla 1) representa una mejora importante con respecto a los métodos ingenuos para nuestros datos y período de predicción, pues se consigue una reducción de RECM en 6 de los 13 países, y un promedio de 1,7885.

La introducción de la variable  $w$  (tasa de variación media contemporánea) en el modelo AR(3) (fila 5 de la Tabla 1) sí que resulta significativa, respecto del modelo AR(3), pues se consigue una mejora en 12 de los 13 países, siendo en la mayoría de los casos las diferencias importantes. Sólo en el caso de Grecia resulta que este último modelo consigue un grado de ajuste sensiblemente peor que el AR(3), lo que hace aumentar bastante el promedio de RECM. No obstante, no debemos olvidar que este último modelo sólo ha sido incluido como referencia, ya que en él para hacer la predicción de  $\mathbf{TV}_{i(t+1)}$  hemos utilizado el valor contemporáneo  $\mathbf{w}_{t+1}$ .

El buen comportamiento de este último modelo nos llevó a pensar que sería interesante centrar esfuerzos en conseguir una buena predicción de  $\mathbf{w}_{t+1}$ , para posteriormente utilizarlo para estimar  $\mathbf{TV}_{i(t+1)}$ . Como señalamos en el epígrafe 3.3, hemos usado la variable  $\mathbf{w}_{t-10}$  como variable de predicción de la variable  $\mathbf{w}_{t+1}$ . Con la variable  $\mathbf{w}_{t-10}$ , el modelo considerado es el de la

fila 4 de la Tabla I, que alcanza un RECM promedio igual a 1,561. Al comparar este modelo con el AR(3), fila 3 de la Tabla 1, vemos que el RECM disminuye en 10 de los 13 países, consiguiéndose un descenso importante del error promedio (concretamente, un 12,64%). En el apéndice II ofrecemos, a título ilustrativo, las gráficas de las tasas de variación de Francia y Finlandia, junto con las predicciones correspondientes a este último modelo desde 1993 hasta 2002.

En Smyth (1983), podemos encontrar los resultados obtenidos por la OCDE para el período de predicción 1968-1979 y 7 países, que aquí mostramos en la Tabla 2. Aunque los períodos y países considerados son distintos y por tanto los resultados no pueden compararse, sí que puede resultar indicativo observar que los valores de RECM de estas predicciones, son superiores a las de nuestros datos (Tabla 1).

TABLA 2: RECM DE LAS PREDICCIONES DE LA OCDE. PERÍODO 1968-1979

	<i>E.E.U.U</i>	<i>Japón</i>	<i>Alemania</i>	<i>Francia</i>	<i>Reino U.</i>	<i>Italia</i>	<i>Canadá</i>	<i>Media</i>
RECM	1,38	4,40	2,12	1,45	2,26	2,86	1,71	2,31

Si comparamos los resultados de la Tabla 2 con los correspondientes del modelo de la fila 4 de la Tabla 1, y los países comunes, Francia, Reino Unido e Italia, observamos que Francia tiene un valor de RECM igual a 0,9825, Reino Unido, 1,1212 e Italia, 1,6458. Los tres están por debajo de los valores recogidos en la Tabla II.

Por otra parte, en la Tabla 3, recogemos los RECM obtenidos al aplicar el procedimiento de las  $\eta$ -predicciones a los tres modelos anteriormente analizados (excluyendo los modelos ingenuos), donde el valor utilizado para el parámetro  $\eta$  ha sido 0,1 para el modelo AR(3), 0,2 para el modelo  $AR(3) - \hat{w}$  y 0,3 para el modelo AR(3)-w, puesto que en estos valores se alcanza el menor promedio de RECM para el conjunto de países en los tres casos considerados.

Podemos observar a partir de la Tabla 3 que la utilización en nuestros modelos de las  $\eta$ -predicciones, prácticamente no mejora el promedio de RECM, por lo que esta técnica no parece mostrarse útil en los modelos que hemos utilizado.

Tabla 1: RECM PARA LOS DISTINTOS PAÍSES Y MODELOS. PERÍODO DE PREDICCIÓN 1993-2002

		Austria	Bélgica	Dinam.	Finlandia	Francia	Grecia	Irlanda	Italia	Holanda	Portugal	España	Suecia	R.U.	Media
1	Ing. I	1,9397	2,3491	2,4279	3,8595	1,9613	2,9551	7,3501	1,7808	2,4430	2,9644	2,8835	2,8453	2,5991	2,9498
2	Ing. II	1,3424	2,0944	2,1874	2,5791	1,4965	1,4183	2,8942	1,5026	1,1375	1,9730	1,9576	2,2392	1,3308	1,8579
3	AR(3)	1,5385	1,7672	1,5210	2,4091	1,4693	1,5611	3,4951	1,5716	1,2799	2,0083	1,9610	1,8092	0,8587	1,7885
4	AR(3) - $\hat{w}$	1,1877	1,2759	1,4217	1,9356	0,9825	1,9747	3,4910	1,6458	0,6962	1,5572	1,3889	1,6152	1,1212	1,5610
5	AR(3)-w	0,8340	0,6699	0,8778	1,6519	0,5173	1,8051	3,4938	1,0887	0,7782	1,0817	0,7235	1,3325	1,1289	1,2295

Tabla 3: RECM PARA LOS DISTINTOS PAÍSES Y MODELOS USANDO  $\eta$ -PREDICCIONES. PERÍODO DE PREDICCIÓN 1993-2002

		Austria	Bélgica	Dinam.	Finlandia	Francia	Grecia	Irlanda	Italia	Holanda	Portugal	España	Suecia	R.U.	Media
1	AR(3) $\eta = 0.1$	1,5326	1,7633	1,5525	2,3856	1,4687	1,5329	3,5899	1,5793	1,3037	1,9907	1,8955	1,7811	0,8542	1,7869
2	AR(3) - $\hat{w}$ $\eta = 0.2$	1,1665	1,2719	1,4767	1,9293	1,0198	1,8672	3,6420	1,6056	0,7247	1,5138	1,2962	1,5590	1,0988	1,5516
3	AR(3)-w $\eta = 0.3$	0,7943	0,6568	0,9430	1,6556	0,5752	1,5527	3,7892	1,0242	0,7736	1,0959	0,6460	1,1732	1,0438	1,2093

## 5. CONCLUSIONES

La principal conclusión de nuestro trabajo es: si necesitamos realizar predicciones para una variable  $X_{A_0t}$  medida en el país  $A_0$ , usando como variables explicativas los valores retardados de la misma variable,  $X_{A_0(t-j)}$ ,  $j=1,2,3$ , es entonces ventajoso sumergir el país  $A_0$  en una muestra de países,  $\{A_i : i=0,1,\dots,n\}$ , que mantengan relaciones económicas con  $A_0$ ; recoger valores de la misma variable en la muestra de países,  $X_{A_it}$  para  $i=1,2,\dots,n$ , y, finalmente, elaborar una variable de conjunto,  $X_{(\cup A_i)t}$  que mida la misma magnitud en el conjunto de la muestra de países.

Si este agregado,  $X_{(\cup A_i)t}$ , describe el movimiento común de la variable considerada, entonces su inclusión en el modelo de predicción, que usaba variables retardadas, mejorará las predicciones de  $X_{A_0t}$ . Dado que la variable de conjunto,  $X_{(\cup A_i)t}$ , no se tiene en el año  $t+1$ , cuando  $t$  es el origen de la predicción, debemos buscar una predicción,  $\hat{X}_{(\cup A_i)(t+1)}$ , de  $X_{(\cup A_i)t}$ , para que la metodología sea operativa.

Por otra parte, el uso de las  $\eta$ -predicciones como metodología de inclusión de un efecto conjunto, no se muestra efectivo en este contexto debido a las características de los datos utilizados.

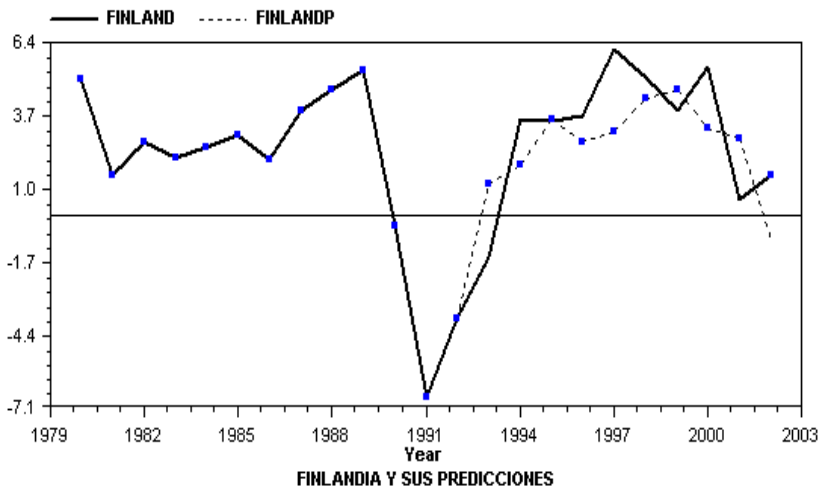
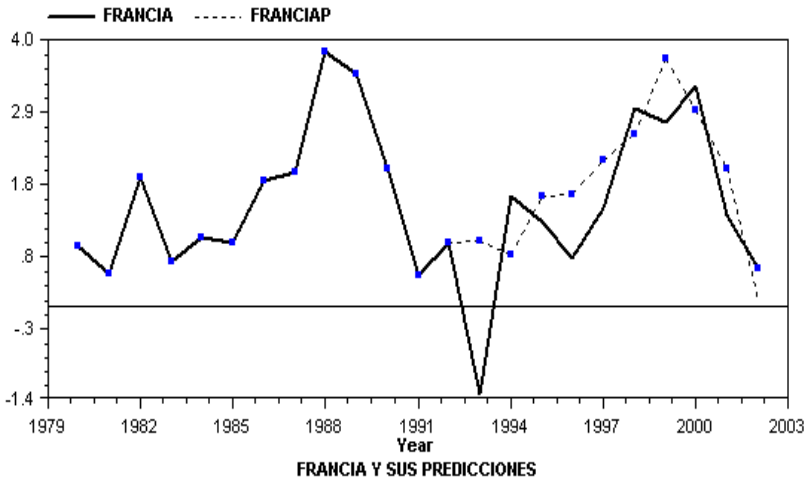
## APÉNDICE I

En este apéndice ofrecemos las paridades de los 13 países considerados, donde el año base es 1999 y el país de referencia es EEUU.

País	Paridad
Austria	13,02
Bélgica	37,68
Dinamarca	8,24
Finlandia	5,92
Francia	6,38
Grecia	241,25
Irlanda	0,72
Italia	1554,82
Holanda	1,97
Portugal	127,31
España	124,62
Suecia	9,68
Reino Unido	0,65
Estados Unidos	1,00

APÉNDICE II

En este apéndice ofrecemos las gráficas de las tasas de variación a partir de 1980 de Francia y Finlandia y las predicciones del período 1993-2002 obtenidas con el modelo AR(3) ampliado.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Burns, A. F. y Mitchell, W.C. (1946): “*Measuring Business Cycles*”, National Bureau of Economics: Holden-Day, Nueva York:.
- Eltető, O y P. Köves.(1964): “On a Problem of Index Number Computation Relating to International Comparisons”, *Szatistikai Szemle*, 42, 507-518.
- García-Ferrer, A., Highfield, R.A., Palm, F. y Zellner, A. (1987): “Macroeconomic Forecasting Using Pooled International Data”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 5, nº 1, 53-67.
- OCDE (2002): “Purchasing Power Parities and Real Expenditures 1999 Berchmark year 2002”.
- OCDE (2002): “Economic Outlook 72” (November 2002).
- Smyth, D.J. (1983): “Short-run Macroeconomic Forecasting: The OCDE Performance”, *Journal of Forecasting*, 2, 37-49.
- Szulc B. (1964); “Indices for Multiregional Comparisons”, *Przegląd Statystyczny*, 3, 239-254.
- University of Groningen (2003): “Conference Board, GGDC Total Economy Database”, <http://www.eco.rug.nl/ggdc>.
- Zellner, A. y Hong, C. (1989): “Forecasting International Growth Rates Using Bayesian Shrinkage and other Procedures”, *Journal of Econometrics*, 40, 183-202.
- Zarnowitz, V. (1985): “Recent Work on Business Cycles in Historical Perspective”, *Journal of Economics Literature*, 23, 523-580.